

模範解答

全学科共通 数学

[1] 次の関数の極値とそのときの x の値を求めよ.

$$f(x) = x^4 - 12x^2$$

【解答】

[40 点] $f'(x) = 4x^3 - 24x = 4x(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})$

x	...	$-\sqrt{6}$...	0	...	$\sqrt{6}$...
$f'(x)$	−	0	+	0	−	0	+
$f(x)$	↘	−36	↗	0	↘	−36	↗

増減表より, $x = 0$ のとき極大値 0, $x = \pm\sqrt{6}$ のとき極小値 −36

模範解答

全学科共通

数学

[2] 放物線 $y = x^2 - 2x - 3$ と直線 $y = -x + 3$ で囲まれた図形の面積を求めよ.

【解答】

[30 点] 放物線 $y = x^2 - 2x - 3$ と直線 $y = -x + 3$ の交点の x 座標は $x = -2, 3$

よって, 求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^3 \{-x + 3 - (x^2 - 2x - 3)\} dx \\ &= \int_{-2}^3 (-x^2 + x + 6) dx \\ &= \left[-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 6x \right]_{-2}^3 \\ &= \frac{125}{6} \end{aligned}$$

模範解答

全学科共通

数学

[3] 不等式 $\log_2 x + \log_2(x - 2) < 3$ を解け.

【解答】

[30 点]

真数は正なので $x > 0$, $x - 2 > 0$ $\therefore x > 2 \cdots \textcircled{1}$

与式より $\log_2 x(x - 2) < \log_2 2^3$

$\log_2 x(x - 2) < \log_2 8$

$y = \log_2 x$ は単調に増加するので $x(x - 2) < 8$

$x^2 - 2x - 8 < 0$ $(x - 4)(x + 2) < 0$ $-2 < x < 4 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ より, $2 < x < 4$