

全学科共通 数学

[1] 次の関数の極値とそのときの x の値を求めよ.

$$f(x) = x^3 - 6x + 5$$

【解答】

[40 点] $f'(x) = 3x^2 - 6 = 3(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}),$

x	...	$-\sqrt{2}$	...	$\sqrt{2}$	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	$4\sqrt{2} + 5$	↘	$-4\sqrt{2} + 5$	↗

増減表より, $x = -\sqrt{2}$ のとき極大値 $4\sqrt{2} + 5,$

$x = \sqrt{2}$ のとき極小値 $-4\sqrt{2} + 5,$

全学科共通 数学

[2] $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$ とおく.

(1) $\log_2 15$ を a, b の式で表せ

(2) $\log_3 2$ を a の式で表せ.

(3) $\log_{24} 45$ を a, b の式で表せ.

【解答】

[30 点]

(1) $\log_2 15 = \log_2 (3 \cdot 5) = \log_2 3 + \log_2 5 = a + b$

(2) $\log_3 2 = \frac{\log_2 2}{\log_2 3} = \frac{1}{a}$

(3)

$$\begin{aligned}\log_{24} 45 &= \frac{\log_2 45}{\log_2 24} \\ &= \frac{\log_2 3^2 \cdot 5}{\log_2 2^3 \cdot 3} \\ &= \frac{\log_2 3^2 + \log_2 5}{\log_2 2^3 + \log_2 3} \\ &= \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{3\log_2 2 + \log_2 3} \\ &= \frac{2a + b}{3 + a}\end{aligned}$$

全学科共通

数学

- [3] $\sin 3\alpha$ を $\sin \alpha$ の 3 次式 (すなわち $\sin 3\alpha = a \sin^3 \alpha + b \sin^2 \alpha + c \sin \alpha + d$ (ただし, a, b, c, d は定数) の形で表される式) で表せ.

なお, 三角関数の加法定理:

$$\begin{cases} \sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \\ \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta \end{cases}$$

を用いて良いものとする.

【解答】

[30 点] $\sin 2\alpha = 2 \cos \alpha \sin \alpha$, $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ なので,

$$\begin{aligned} \sin 3\alpha &= \sin(2\alpha + \alpha) \\ &= \cos 2\alpha \sin \alpha + \sin 2\alpha \cos \alpha \\ &= (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) \sin \alpha + 2 \cos^2 \alpha \sin \alpha \\ &= 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha - \sin^3 \alpha \\ &= 3(1 - \sin^2 \alpha) \sin \alpha - \sin^3 \alpha \\ &= 3 \sin \alpha - 4 \sin^3 \alpha \end{aligned}$$