受験番号		氏名		

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
(1／10ページ)

総得点	
３００	

［1］（配点）（１）５×５問　（２）５×５問（（オ）は１問正解２））
（３）（ア）５　（イ）５　（ウ）５×２問　（エ）５

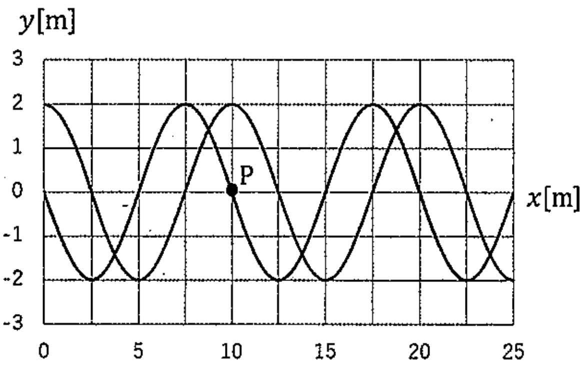
［1］ 得点	
７５	

（１）

（ア）×
（イ）○
（ウ）×
（エ）○
（オ）○

（２）

（ア）2.0 m
（イ）10 m
（ウ）0.40 s
（エ）25 m/s
（オ）点 P の変位：2.0 m



（３）

（ア）$\frac{2\pi r}{T}$

（イ）$\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$

（ウ）$7v_P = v_Q$

$$\frac{1}{2}mv_P^2 - G\frac{Mm}{7R} = \frac{1}{2}mv_Q^2 - G\frac{Mm}{R}$$

（エ）$\sqrt{\frac{GM}{28R}}$

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
(2／10ページ)

［2］（配点）（１）（ア）１０　（イ）１５　（ウ）１０

［2］ 得点	
７５	

（１）

（ア）ニュートンの運動の第２法則より物体の運動方程式は

$$m\frac{dv(t)}{dt} = mg - bv(t)$$

と得られる。

（イ）運動方程式の両辺をmで割り、整理すると

$$\frac{dv(t)}{dt} = g - \frac{b}{m}v(t) = -\frac{b}{m}\left(v(t) - \frac{mg}{b}\right) \cancel{= mg - k\left(\frac{mg}{k} + x(t)\right)}$$

10

となり $V(t) = v(t) - \frac{mg}{b}$ とおくと $\frac{dV(t)}{dt} = \frac{dv(t)}{dt}$ なので

$$\frac{dV(t)}{dt} = -\frac{b}{m}V(t)$$

の解は、C を任意定数として

$$V(t) = Ce^{-\frac{b}{m}t}$$

と得られ、変数を戻して

$$v(t) = Ce^{-\frac{b}{m}t} + \frac{mg}{b}$$

10

となる。ここで初期条件 $v(0) = 0$ より $C = -\frac{mg}{b}$ となるので

$$v(t) = \frac{mg}{b}\left(1 - e^{-\frac{b}{m}t}\right)$$

と得られる。

（ウ）終端速度は（ア）の運動方程式で $\frac{dv(t)}{dt} = 0$ とするか、（イ）の解で $t \to \infty$ とした場合であり、以下となる。

$$v = \frac{mg}{b}$$

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
(3／10ページ)

［2］(配点) （２） （ア）１０　（イ）１５　（ウ）１５

（２）

（ア）例えばばねの伸びをdとすると、つり合い状態において、下向きの重力 mg と上向きのばねの弾性力 kd がつり合い、$mg = kd$ が成り立つので

$$d = \frac{mg}{k}$$

と得られる。

（イ）おもりが位置 $x(t)$ にあるとき、おもりには下向きに重力mg、ばねによる弾性力 $-k(d + x(t))$ が働くので

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = mg - k(d + x(t)) = mg - k\left(\frac{mg}{k} + x(t)\right)$$

10

であり、$mg = kd$ であることを考慮し

$$m\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -kx(t)$$

が得られる。

（ウ）運動方程式の両辺をmで割った

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\frac{k}{m}x(t)$$

の一般解は、任意定数 A, B を用いて

$$x(t) = A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t + B\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

10

である。問題文の初期条件 $x(0) = L$ より$B = L$ 、$\dot{x}(0) = 0$ より$A = 0$ をそれぞれ代入し

$$x(t) = L\cos\sqrt{\frac{k}{m}}t$$

と得られる。

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用回答）
(4／10ページ)

［３］（配点）（１）２×１０問　（２）２５　（３）３０

［３］得点	
７５	

（１）

① 電流　② 抵抗（電気抵抗、抵抗値）

③ 時間　④ ジュール

⑤ ジュール熱　⑥ １秒（単位時間）

⑦ 電力　⑧ 電力量

⑨ 3.6×10^6（3.6M は不可）　⑩ 3.6×10^3

（２）求めた抵抗値のみでなく、導出過程も記述すること。

(a)より、

$$R_1 + R_2 = \frac{60}{12} = 5 \quad \text{——— (1)}$$

(b)より、

$$\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} = \frac{60}{50} \quad \text{——— (2)}$$

式(1) から、

$$R_2 = 5 - R_1$$

これを式(2)に代入すると、

$$\frac{R_1(5-R_1)}{R_1+(5-R_1)} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{5R_1 - R_1^2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$R_1^2 - 5R_1 + 6 = 0$$

$$R_1 = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4\times6}}{2} = \frac{5\pm1}{2}$$

したがって、$R_1 = 2, 3$ となるが、$R_1 < R_2$の条件から、$R_1 = 2\,[\Omega]$, $R_2 = 3\,[\Omega]$ となる。

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用回答）
(5／10ページ)

（３）求めた電力値のみでなく、導出過程も記述すること。

接点Aにおいて、キルヒホッフの第１法則より、

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad \text{——} (1)$$

①の閉回路と②の閉回路について、キルヒホッフの第２法則から、

$$E - rI_1 - RI_3 = 0$$
$$E - rI_2 - RI_3 = 0$$

２式を辺々足し合わせると、

$$2E - r(I_1 + I_2) - 2RI_3 = 0$$

式(1)より、

$$2E - rI_3 - 2RI_3 = 0$$

I_3について解けば、

$$I_3 = \frac{2E}{r + 2R}$$

R において消費される電力Pは、

$$P = \left(\frac{2E}{r + 2R}\right)^2 R$$

これに、$r = 0.2$、$R = 0.9$、$E = 9$を代入すれば、

$$P = \left(\frac{2 \times 9}{0.2 + 2 \times 0.9}\right)^2 \times 0.9$$
$$= \left(\frac{18}{2}\right)^2 \times 0.9 = 81 \times 0.9 = 72.9$$

以上より、抵抗 R で消費される電力は、72.9 [W]である。

有効数字は不問。（≒ 73 [W] も正解とする。）

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
（6／10ページ）

［４］（配点）（１）５×３問 （２）５ （３）５ （４）５
（５）５×３問（６）１５ （７）１５
5×3問

［４］得点	
７５	

（１）

（１－ａ）

$i = 5\sqrt{2}\sin 120\pi t$ [A]
単位なし ④

（１－ｂ）

$$I_a = \frac{2}{\pi} I_m$$
$$= \frac{2}{\pi} \times 5\sqrt{2}$$
$$= \frac{2}{3.14} \times 5 \times 1.41$$
$$= 4.5\ [\mathrm{A}]$$

（１－ｃ）

5 [A]になるから、$\sin 120\pi t = 1/\sqrt{2}$となる時刻を考えればよい。
つまり、$120\pi t = \pi/4$

$$t = \frac{\pi}{4} \times \frac{1}{120\pi} = 2.08 \times 10^{-3}\ [\mathrm{s}]$$

（２）

$$位相差 = \left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) - \left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$$
$$= \frac{7}{12}\pi\ [\mathrm{rad}]$$

単位なしOK.

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
(7／10ページ)

（３）

周波数$f = 60$ [Hz]の交流の周期Tは

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{60}\ [\mathrm{s}]$$

したがって、$\pi/3$の位相差は

$$2\pi : \frac{\pi}{3} = T : t$$

$$t = \frac{1}{2\pi} \times \frac{\pi}{3} \times T$$
$$= \frac{1}{2 \times 3 \times 60} = \frac{1}{360}$$
$$= 2.78 \times 10^{-3}\ [\mathrm{s}]$$

（４）

$$v = v_1 + v_2$$
$$= V_m \sin \omega t + V_m \cos \omega t$$
$$= \sqrt{2} V_m \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \omega t + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \omega t \right\}$$
$$= \sqrt{2} V_m \left\{ \cos \frac{\pi}{4} \sin \omega t + \sin \frac{\pi}{4} \cos \omega t \right\}$$
$$= \sqrt{2} V_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{4} \right)\ \underline{[\mathrm{V}]}$$

単位なし △

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
(8／10ページ)

（５）

（５－ａ）

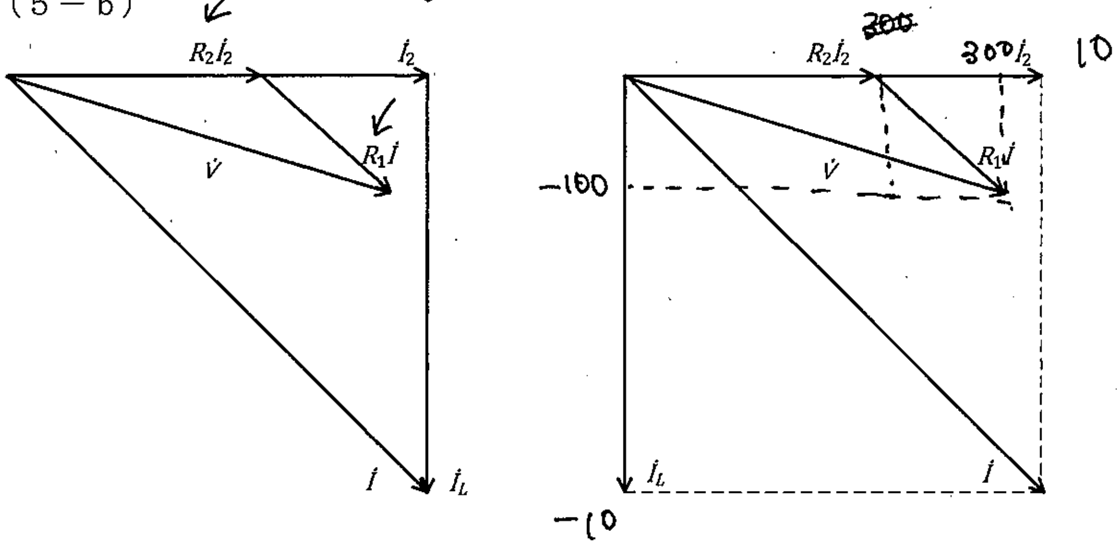
抵抗R_2に流れる電流$\dot{I}_2$を基準ベクトルとすると、リアクタンスX_Lを流れる電流$\dot{I}_L$の位相は$\dot{I}_2$より$\pi/2$ [rad]遅れる。また、$R_2 = X_L$であるから、$\dot{I}_2$と$\dot{I}_L$の大きさは等しい。すなわち、

$\dot{I}_L = -\mathrm{j}\dot{I}_2 = -\mathrm{j}10$ [A]

したがって、電流$\dot{I}$は

$\dot{I} = \dot{I}_2 + \dot{I}_L = 10 - \mathrm{j}10$ [A]

（５－ｂ） 描いていなくてもよい。



※電圧のフェーザ図が電流の外に描かれていても可

（５－ｃ）

$$\dot{V} = R_1\dot{I} + R_2\dot{I}_2$$
$$= 10 \times (10 - \mathrm{j}10) + 20 \times 10$$
$$= 100 - \mathrm{j}100 + 200$$
$$= 300 - \mathrm{j}100 \text{ [V]}$$

$$\therefore V = |\dot{V}|$$
$$= \sqrt{300^2 + (-100)^2}$$
$$= 100\sqrt{10} \text{ [V]}$$

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
(9／10ページ)

（６）

題意より、まずはそれぞれの周波数におけるインピーダンスZの大きさを考える。

周波数f_1およびf_2に対する角周波数をω_1およびω_2、インピーダンスをZ_1およびZ_2とすると、

$$Z_1=\sqrt{R^2+\left(\omega_1 L-\frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}、\ Z_2=\sqrt{R^2+\left(\omega_2 L-\frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}$$

題意より$Z_1=Z_2$であるから

$$\sqrt{R^2+\left(\omega_1 L-\frac{1}{\omega_1 C}\right)^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega_2 L-\frac{1}{\omega_2 C}\right)^2}$$

$$\left(\omega_1 L-\frac{1}{\omega_1 C}\right)^2=\left(\omega_2 L-\frac{1}{\omega_2 C}\right)^2$$

$$(\omega_1 L)^2-2\times\frac{L}{C}+\left(-\frac{1}{\omega_1 C}\right)^2=(\omega_2 L)^2-2\times\frac{L}{C}+\left(-\frac{1}{\omega_2 C}\right)^2$$

$$({\omega_1}^2-{\omega_2}^2)L^2=\left(\frac{1}{{\omega_2}^2}-\frac{1}{{\omega_1}^2}\right)\frac{1}{C^2}=\frac{{\omega_1}^2-{\omega_2}^2}{{\omega_1}^2{\omega_2}^2}\times\frac{1}{C^2}$$

ここで、$f_1\neq f_2$より$\omega_1\neq\omega_2$であるから、

$$L^2=\frac{1}{{\omega_1}^2{\omega_2}^2}\times\frac{1}{C^2}$$

$${\omega_1}^2{\omega_2}^2=\frac{1}{L^2C^2}$$

$$\therefore\ \omega_1\omega_2=\frac{1}{LC}\quad(\omega_1\omega_2>0)$$

よって、求める値は

$$2\pi f_1\times 2\pi f_2=\frac{1}{LC}$$

$$\therefore\ f_1f_2=\frac{1}{4\pi^2 LC}$$

受験番号		氏名	

電子機械システム工学専攻専門科目
（公表用解答）
（10／10ページ）

（７）

複素電力$\dot{P}$は以下のように求めることができる。

$\dot{P} = \dot{V}\bar{\dot{I}} = (4 + \mathrm{j}3)(3 - \mathrm{j}4) = 12 - \mathrm{j}16 + \mathrm{j}9 + 12 = 24 - \mathrm{j}7$

つまり、

有効電力$P = 24\ [\mathrm{W}]$

無効電力$Q = 7\ [\mathrm{var}]$（遅れ）

$$力率\ \cos\varphi = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$
$$= \frac{24}{\sqrt{24^2 + 7^2}}$$
$$= \frac{24}{\sqrt{576^2 + 49^2}}$$
$$= \frac{24}{\sqrt{625}}$$
$$= \frac{24}{25}$$
$$= 0.96 \quad もしくは \quad 96\%$$

となる。

<u>別解</u>

$\dot{P} = \dot{V}\bar{\dot{I}} = (4 + \mathrm{j}3)(3 - \mathrm{j}4) = 12 - \mathrm{j}16 + \mathrm{j}9 + 12 = 24 - \mathrm{j}7$

皮相電力$H = VI = \sqrt{4^2 + 3^2} \times \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \times 5 = 25\ [\mathrm{V \cdot A}]$

$$\cos\varphi = \frac{P}{H} = \frac{24}{25} = 0.96$$

$$\sin\varphi = \sqrt{1 - 0.96^2} = \frac{7}{25} = 0.28$$

$Q = VI \sin\varphi = 25 \times 0.28 = 7\ [\mathrm{var}]$