

令和7年度専攻科入学者選抜（学力選抜）検査問題

数 学

(注意)

- 1 問題用紙は、指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は、1 ページ～2 ページまでである。
検査開始の合図の後で確かめること。
- 3 解答は、すべて解答用紙に記入すること。
最終的な答えは、解答欄に記入すること。
- 4 電卓は使用できない。

数学(問題用紙)

(1 / 2 ページ)

[1] (1) 放物線 $y = -5x^2 + 15x$ の頂点の座標を求めよ。(2) 和 $\sum_{k=3}^n (k^2 + 1)$ を求めよ。(3) 関数 $y = x^{\log x}$ ($x > 0$) の導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ。(4) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \, dx$ の値を求めよ。(5) 行列 $A = \begin{pmatrix} x & 0 & -2 \\ 1 & x-2 & 0 \\ 0 & 1 & x-3 \end{pmatrix}$ について、方程式 $|A| = 0$ を解け。

[2] 微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} - 8x = 2e^{2t}$$

について、次の問いに答えよ。

(1) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} - 8x = 0$ の特性方程式を解け。(2) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} - 8x = 0$ の一般解を求めよ。(3) e^{2t} と te^{2t} のロンスキアン $W(e^{2t}, te^{2t}) = \begin{vmatrix} e^{2t} & te^{2t} \\ \frac{d}{dt}e^{2t} & \frac{d}{dt}(te^{2t}) \end{vmatrix}$ を計算せよ。(4) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} - 8x = 2e^{2t}$ の解を $x_1 = Ate^{2t}$ と予想して、1つの解を求めよ。(5) $\frac{d^2x}{dt^2} + 2\frac{dx}{dt} - 8x = 2e^{2t}$ の一般解を求めよ。

数学(問題用紙)

(2 / 2 ページ)

[3] 対称行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ を求めよ。ただし, $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3$ とする。
- (2) $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ それぞれに対する大きさ 1 の固有ベクトル v_1, v_2, v_3 を求めよ。
ただし, v_1, v_2, v_3 の x 成分, y 成分はいずれも 0 以上とする。
- (3) $P = (v_1 \ v_2 \ v_3)$ とおく。 P の逆行列 P^{-1} を求めよ。
- (4) (3) の P に対して, $P^{-1}AP$ を求めよ。

[4] 2 変数関数 $f(x, y) = x^4 + y^2 + 2x^2 - 4xy + 1$ について, 次の問いに答えよ。

- (1) $f_x(x, y), f_y(x, y)$ を求めよ。
- (2) $f_x = 0$ かつ $f_y = 0$ となる (x, y) を求めよ。
- (3) $f_{xx}(x, y), f_{yy}(x, y), f_{xy}(x, y)$ を求めよ。
- (4) $f(x, y)$ の極値, およびそれをとる点の座標を求めよ。