トポロジーの観点から記述する ヘッセンバーグ多様体

NAKAYAMA, Mayumi

中山 雅友美

キーワード

Hessenberg variety / 変換群論 / 代数的トポロジー / 情報幾何学

分野等 幾何学

email m_nakayama[at]nagaoka-ct.ac.jp ※ [at] を @ に変えてください

職名 助教

学位 博士(理学)

研究分野

自然科学一般、幾何学

多様体の基本群やコホモロジーといったトポロジーを用いて幾何構造を理解する研究をしてきました。最近では、組み合わせ論、代数幾何、トポロジーといった異分野が交叉する Hessenberg 多様体に興味を持っています。

(Hessenberg 多様体については右をご覧ください。)

1.1. **Hessenberg function and Hessenberg variety.** Let n be a positive integer and $[n]$ the set $\{1, 2, \cdots, n\}$. A function h is a Hessenberg function if it satisfies the following two conditions:

i) $h(1) \leq h(2) \leq \cdots \leq h(n)$,

ii) $j \leq h(j)$ for all $j \in [n]$.

The (full) flag variety $Fl(\mathbb{C})$ is the collection of nested linear subspaces $V_\bullet := V_1 \subset V_2 \subset V_3 \subset \cdots \subset V_n = \mathbb{C}^n$ with $\dim V_i = i$ for all integers $i \in [n]$. For an $n \times n$ matrix X considered as a linear map $X : \mathbb{C}^n \to \mathbb{C}^n$ and a Hessenberg function $h : [n] \to [n]$, the Hessenberg Variety associated with X and h is defined as

$$\mathrm{Hess}(X, h) = \{V_\bullet \in FL(\mathbb{C}^n) \mid XV_j \subset V_{h(j)} \text{ for all } j \in [n]\}.$$

example 1.1. Let n=5, $h = (h(1), h(2), h(3), h(4), h(5)) = (3, 3, 4, 5, 5)$ and $X = id = E$. Since any flag variety $V_\bullet$ satisfies the condition $XV_j \subset V_{h(j)}$ for all $j \in [n]$, so $\mathrm{Hess}(E, h) = Fl(\mathbb{C})$.

More generally, for the identity map E and any Hessennberg function h, the Hessenberg Variety $\mathrm{Hess}(E, h) = Fl(\mathbb{C})$.

1.2. **Reguler nilpotent Hessenberg varieties.** Let N be a reguler nilpotent matrix with n dimention, i.e. a nilpotent matrix with a single Jordan block. In Jordan canonical form, it is given by

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & & & \\ & 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}. \tag{1.1}$$

For a Hessenberg function h, $\mathrm{Hess}(N, h)$ is called a reguler nilpotent Hessenberg varieties.

example 1.4. If h is the identity map id, then $\mathrm{Hess}(N, id) = Fl(\mathbb{C})$.

興味のあること・技術 PR

本校で統計学の授業を担当する機会があり、それから情報幾何学にも興味を持って勉強を始めました。データ解析は専門ではありませんが、統計的モデルを幾何学として捉えることでデータの特徴を紐解ければ面白いと思っています。

数学に対して堅苦しいイメージを持っている方も多いと思いますが、数学はとても自由で純粋に楽しめる学問です。専門的な数学に触れたい、勉強をしてみたいといった方はお気軽にお声がけください。

特別設備

専門的な数学 (幾何学) のゼミを行っています。

企業との連携実績

平成 29 年 長岡市教育委員会「熱中！感動！夢づくり教育 数学アカデミー」講師

平成 30 年 数学アカデミー in 長岡高専 企画運営

平成 30 年 まちなかキャンパス　サイエンスカフェ 4 次元という概念があるねん　講師

ユニオンツール株式会社 AI 人材教育 (確率及びベイズ統計学) 講師 2023 年 12 月 - 2024 年 1 月

H29年　熱中！感動！夢づくり教育 数学アカデミー

企業へ向けて

数学に対して堅苦しいイメージを持っている方も多いと思いますが、数学はとても自由で純粋に楽しめる学問です。専門的な数学に触れたい、勉強をしてみたいといった方はお気軽にお声がけください。

つながりたい分野(産業界、自治体等)

基礎的な数学の研修、サポートが必要な企業や自治体と連携を期待しています。