

令和6年度専攻科入学者選抜（学力選抜）検査問題

数 学

（注意）

- 1 問題用紙は、指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は、1ページ～2ページまでである。
検査開始の合図の後で確かめること。
- 3 解答は、すべて解答用紙に記入すること。
最終的な答えは、解答欄に記入すること。
- 4 電卓は使用できない。

数学(問題用紙)

(1 / 2 ページ)

[1] 次の問いに答えよ。

(1) 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & \alpha & \beta \\ 0 & 2 & \gamma \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ の固有値を求めよ。ここで、 α, β, γ は定数である。

(2) 漸化式 $a_1 = 2, a_{k+1} = 2a_k - 4$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) で定められる数列の第10項を求めよ。

(3) 関数 $y = \log|x + \sqrt{x^2 + 2}|$ を微分せよ。

(4) 定積分 $\int_{-1}^1 2x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$ の値を求めよ。

(5) 方程式 $2\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$ を解け。ただし、 $0 \leq x < 2\pi$ とする。

[2] 不等式 $0 \leq x + y \leq 3, 0 \leq x - y \leq 1$ の表す領域を D とする。 $x + y = u, x - y = v$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 領域 D を u, v の不等式で表せ。

(2) x と y をそれぞれ u, v を用いて表せ。

(3) ヤコビアン $\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$ を求めよ。

(4) 2重積分 $\iint_D (x + y)e^{x-y} dx dy$ を u, v の累次積分で表せ。

(5) 2重積分 $\iint_D (x + y)e^{x-y} dx dy$ の値を求めよ。

数学(問題用紙)

(2 / 2 ページ)

[3] 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$, $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $|A - \lambda E| = 0$ の解 λ_1, λ_2 を求めよ。ただし, $\lambda_1 < \lambda_2$ とする。

(2) 連立1次方程式 $(A - \lambda_1 E)x = 0$ の解の1つを $x_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ とする。 a の値を求めよ。

(3) 連立1次方程式 $(A - \lambda_2 E)x = 0$ の解の1つを $x_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ b \end{pmatrix}$ とする。 b の値を求めよ。

(4) $B = (x_1 \ x_2) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & b \end{pmatrix}$ とする。 B の逆行列 B^{-1} を求めよ。

(5) $B^{-1}AB$ を求めよ。

[4] 微分方程式

$$(*) \quad t^2 \frac{d^2 x}{dt^2} - 3t \frac{dx}{dt} - 5x = 0$$

を考える。 $t = e^u$ とするとき, 次の問いに答えよ。

(1) $\frac{dx}{dt}$ を u , $\frac{dx}{du}$ の式で表せ。

(2) $\frac{d^2 x}{dt^2}$ を u , $\frac{dx}{du}$, $\frac{d^2 x}{du^2}$ の式で表せ。

(3) 微分方程式 (*) を u, x についての微分方程式として表せ。

(4) (3) で求めた u, x についての微分方程式を解け。

(5) 微分方程式 (*) を解け。