

数学

(問題用紙)

(1 / 2 ページ)

[1] 次の問いに答えよ。

(1) $\log_2 3 = a$, $\log_3 7 = b$ とおくとき、 $\log_{56} 21$ を a と b の式で表せ。

(2) $a_1 = -1$, $a_{k+1} = a_k + 3k - 2$ の第 4 項を求めよ。

(3) 関数 $f(x) = \tan(e^{2x})$ を微分せよ。

(4) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{3}} x \cos 2x \, dx$ の値を求めよ。

(5) 行列 $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めよ。

[2] 微分方程式

$$(*) \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - 6x = 8 \sin t$$

を考える。次の問いに答えよ。

(1) 斉次微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - 6x = 0$$

の特性方程式を解け。

(2) 斉次微分方程式

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} - 6x = 0$$

の一般解を求めよ。

(3) 微分方程式 (*) の解の 1 つを $x_1 = A \cos t + B \sin t$ と予想して、 A, B の値を求めよ。

(4) 微分方程式 (*) の一般解を求めよ。

数学

(問題用紙)

(2 / 2 ページ)

[3] 空間内の3点 $A(3, 5, 2)$, $B(-2, -3, 1)$, $C(1, 2, k)$ について、次の問いに答えよ。ただし、 O は原点とする。

- (1) \overrightarrow{AC} と \overrightarrow{OB} が平行となるような定数 k の値を求めよ。
- (2) \overrightarrow{AC} と \overrightarrow{OB} が垂直となるような定数 k の値を求めよ。
- (3) 線分 AB を $2:3$ の比に内分する点の座標を求めよ。
- (4) 直線 AB の方程式を求めよ。
- (5) $k = 1$ のとき、3点 A, B, C を通る平面の方程式を求めよ。

[4] 関数 $z = x^3 - y^2 + 4xy - 3x$ について、次の問いに答えよ。

- (1) 偏導関数 z_x, z_y を求めよ。
- (2) $z_x = 0$ かつ $z_y = 0$ を満たす (x, y) をすべて求めよ。
- (3) 第2次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} を求めよ。
- (4) 極値、およびそれをとる点の座標を求めよ。
- (5) $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}$ とするとき、2重積分 $\iint_D (x^3 - y^2 + 4xy - 3x) dx dy$ の値を求めよ。