

令和3年度 専攻科入学者選抜(学力選抜)検査問題

数 学

(注意)

- 1 問題用紙は、指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は、1ページ～2ページまでである。
検査開始の合図の後で確かめること。
- 3 解答は、すべて解答用紙に記入すること。
最終的な答えは、解答欄に記入すること。
- 4 電卓は使用できない。

数学
(問題用紙)
(1 / 2ページ)

[1] 次の問いに答えよ。

(1) 方程式 $\sqrt{2x+1} = x - 1$ を解け。

(2) 関数 $y = e^{-3x}(3 \sin 4x + 4 \cos 4x)$ を微分せよ。

(3) 行列式 $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$ の値を求めよ。

(4) 和 $\sum_{n=1}^{100} \frac{2}{4n^2 + 8n + 3}$ を求めよ。

(5) 定積分 $\int_0^2 \frac{x^2 - x + 1}{x^2 + 4} dx$ の値を求めよ。

[2] 行列 $A = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ について、次の問いに答えよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。

(1) 方程式 $\begin{vmatrix} 6 - \lambda & -3 \\ 7 & -4 - \lambda \end{vmatrix} = 0$ の解 λ_1, λ_2 を求めよ。ただし、 $\lambda_1 < \lambda_2$ とする。

(2) 連立1次方程式 $(A - \lambda_1 E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解を求めよ。

(3) 連立1次方程式 $(A - \lambda_2 E) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ の解を求めよ。

(4) B の逆行列 B^{-1} を求めよ。

(5) $B^{-1}AB$ を計算せよ。

(6) C^4 を計算せよ。

数学
(問題用紙)
(2 / 2ページ)

[3] 微分方程式 $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 15x = e^{5t}$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 15x = 0$ の特性方程式を解け。
- (2) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 15x = 0$ の一般解を求めよ。
- (3) $x = te^{5t}$ について、 $\frac{dx}{dt}$ を求めよ。
- (4) $x = te^{5t}$ について、 $\frac{d^2x}{dt^2}$ を求めよ。
- (5) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 15x = e^{5t}$ の解を $x = Ate^{5t}$ と予想して、1つの解を求めよ。
- (6) $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 15x = e^{5t}$ の一般解を求めよ。

[4] 関数 $z = x^3 - 6xy + y^2 - 21x$ について、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 偏導関数 z_x, z_y を求めよ。
- (2) $z_x = 0$ かつ $z_y = 0$ を満たす (x, y) をすべて求めよ。
- (3) 第2次偏導関数 z_{xx}, z_{xy}, z_{yy} を求めよ。
- (4) 極値、およびそれをとる点の座標を求めよ。
- (5) $D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$ とするとき、2重積分

$$\iint_D (x^3 - 6xy + y^2 - 21x) dx dy$$

の値を求めよ。