

令和2年度

# 材料力学 I A

長岡工業高等専門学校  
機械工学科  
佐々木 徹

## 0. 材料力学とは？

各種の荷重(引張・ねじり・曲げ)条件下で  
機械・構造物などを安全に利用するために  
材料の強さと変形を明らかにする学問

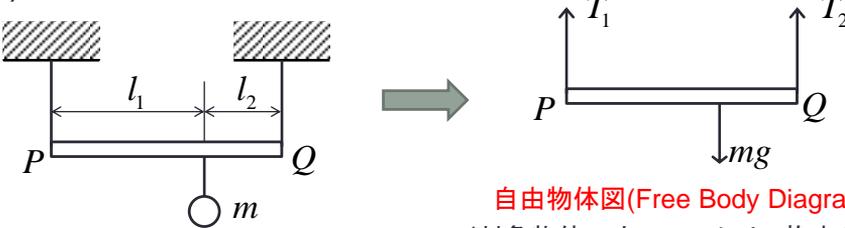
⇒ 機械設計には不可欠

評価指標: 応力 ひずみ

長岡工業高等専門学校  
National Institute of Technology, Nagasaki College

## 準備

1)力のつり合い、モーメントのつり合い



**自由物体図(Free Body Diagram)**  
(対象物体の力、モーメント、拘束条件などの条件を描写した図)

**問題0** 張力 $T_1, T_2$ を求めよ。

鉛直方向の力のつり合い  = 0 —①

Q点まわりのモーメントのつり合い  = 0. —②

①、②を連立させ、  

$$T_1 = \frac{\text{ }}{l_1 + l_2} mg, \quad T_2 = \frac{\text{ }}{l_1 + l_2} mg.$$

長岡工業高等専門学校  
National Institute of Technology, Nagasaki College

## 問題0 2)微分、積分

a)以下の微分を求めよ。

$$\frac{d}{dx}(x^3) = \text{ }$$

$$\frac{d^2}{dx^2}(x^3) = \text{ }$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \text{ }$$

b)以下の積分を求めよ。

$$\int x dx = \text{ } \quad \text{C:積分定数}$$

$$\int_0^l (x^3 - l^2 x + l^3) dx = \text{ } = \text{ }$$

$$\int \sin x dx = \text{ } \quad \text{C:積分定数}$$

長岡工業高等専門学校  
National Institute of Technology, Nagasaki College

### 3)内力(Internal force)と外力(External force)

断面XX'で仮想切断し、その断面内に作用する力を考える

外力(External force)

内力(Internal force)

自由物体図

参考)

長岡工業高等専門学校  
National Institute of Technology, Nagasaki College

## 1. 応力とひずみ

### 1.1 垂直応力と垂直ひずみの定義

長さ  $l$  [mm]、断面積  $A$  [mm<sup>2</sup>]の棒の両端(a,b)に、荷重  $P$  [N]が作用して、断面cに内力  $N_c$ が生じ、伸び  $\lambda$  [mm]が生じている。

垂直応力  $\sigma = \frac{N_c}{A} = \frac{P}{A} \left( \frac{[N]}{[mm^2]} = [MPa] \right) \Rightarrow$  単位面積当たりの内力

垂直ひずみ  $\varepsilon = \frac{\lambda}{l} \Rightarrow$  単位長さ当たりの伸び量

### 垂直応力・垂直ひずみの正負

$\sigma > 0, \varepsilon > 0 \Rightarrow$  引張応力、引張ひずみ  
 [tensile stress, tensile strain]

$\sigma < 0, \varepsilon < 0 \Rightarrow$  圧縮応力、圧縮ひずみ  
 [compressive stress, compressive strain]

**問題1** 断面積  $A = 10 \text{ mm}^2$  の丸棒を、 $P = 200 \text{ N}$  で引張ったとき、生じる応力を求めよ。

$$\sigma = \frac{P}{A} = \boxed{\phantom{000}} \text{ MPa}$$

**例題1** 丸棒に  $P = -50 \text{ kN}$  の圧縮荷重を与えたら、 $\sigma = -30 \text{ MPa}$  の応力が生じた。丸棒の直径を求めよ。

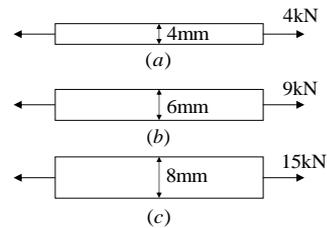
$$\sigma = \frac{P}{A} \Rightarrow A = \frac{P}{\sigma} = \frac{-50 \times 10^3}{-30 \times 10^6} = 1666.7 \text{ mm}^2$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = 46.1 \text{ mm}$$

### 異なる作用荷重・断面積の丸棒の強度評価

図(a)~(c)に示されている3本の丸棒(直径は図に記載)の応力  $\sigma_a$ 、 $\sigma_b$  および  $\sigma_c$  を計算せよ。

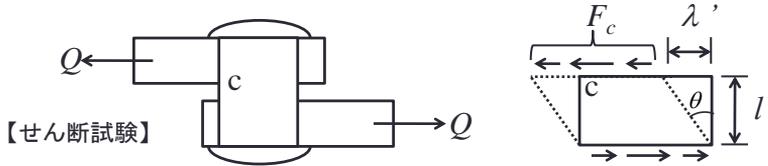
さらに、どの棒が引張破壊に対して最も安全であるかを、その理由とともに答えよ。ただし、全ての棒が同じ材質であるものとする。



$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= 4 \times 10^3 / (\pi \times 4^2 / 4) = \boxed{\phantom{000}} \\ \sigma_b &= 9 \times 10^3 / (\pi \times 6^2 / 4) = \boxed{\phantom{000}} \\ \sigma_c &= 15 \times 10^3 / (\pi \times 8^2 / 4) = \boxed{\phantom{000}} \end{aligned} \right\}$$

## 1.2せん断応力とせん断ひずみの定義

リベットに荷重  $Q$  [N]が作用し、断面  $c$  では、内力  $F_c$  [N]が生じ、 $\lambda'$  [mm]のずれが生じている。



**せん断応力**  $\tau = \frac{F_c}{A} = \frac{Q}{A} \left( \frac{[N]}{[mm^2]} = [MPa] \right) \Rightarrow$  単位面積当たりの内力

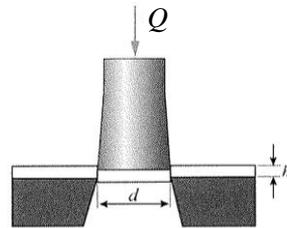
**せん断ひずみ**  $\gamma = \frac{\lambda'}{l'} = \tan \theta \approx \theta \Rightarrow$  角度変化

**例題2** 断面積  $A=10\text{mm}^2$  のリベットが、 $Q=100\text{N}$  で荷重をうけるときの、せん断応力を求めよ。

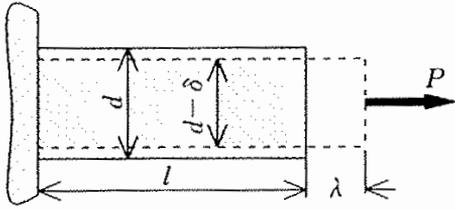
$$\tau = \frac{Q}{A} = \frac{100}{10} = 10\text{MPa}$$

**問題2** 下図のように、厚さ  $h$  の板に、パンチにて荷重  $Q$  を作用し、直径  $d$  の円形の孔を開ける。発生するせん断応力を求めよ。なお、円周率を  $\pi$  とする。

$$\tau = \frac{Q}{A} = \boxed{\phantom{000}}$$



### 1.3 ポアソン比の定義



材 料	ポアソン比
ステンレス鋼	0.34
軟 鋼	0.3
鋳 鉄	0.1-0.2
銅	0.34
アルミニウム合金	0.33
ゴム	0.46-0.49
セラミックス	0.28

$$\text{縦ひずみ: } \varepsilon = \frac{\lambda}{l} \quad \text{横ひずみ: } \varepsilon_d = \frac{-\delta}{d}$$

⇒縦ひずみと横ひずみの比の絶対値

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon} \right|$$

を**ポアソン比**(Poisson's ration)と呼ぶ。

**問題3** 直径10mm、長さ500mmの丸棒を引張ると、長さが0.5mm伸び、直径が0.003mm小さくなった。この材料のポアソン比を求めよ。

$$\text{縦ひずみ: } \varepsilon = \frac{\lambda}{l} = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\text{横ひずみ: } \varepsilon_d = \frac{-\delta}{d} = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$

$$\text{よって、ポアソン比: } \nu = \left| \frac{\varepsilon_d}{\varepsilon} \right| = \boxed{\quad} = \boxed{\quad}$$