

# 令和2年度専攻科入学者選抜(学力選抜)検査問題

## 数 学

### (注意)

- 1 問題用紙は、指示があるまで開かないこと。
- 2 問題用紙は、1ページ～1ページまでである。  
検査開始の合図の後で確かめること。
- 3 解答は、すべて解答用紙に記入すること。
- 4 電卓は使用できない。

## 数学（問題用紙） （1 / 1 ページ）

[1] 関数  $f(x) = xe^{-x^2}$  について、以下の問いに答えよ。

- (1)  $f'(x)$  を求めよ。
- (2) 関数  $y = f(x)$  の増減、極値、グラフの凹凸、変曲点を調べ、最大値・最小値を求めよ。
- (3) (2) の結果を用いて曲線  $y = f(x)$  のグラフを描け。
- (4) (2) で求めた最大値・最小値を取る点を結ぶ線分と、曲線  $y = f(x)$  のグラフで囲まれた部分の面積を求めよ。

[2] 次の問いに答えよ。

- (1) 微分方程式  $(x - 2t)\frac{dx}{dt} = 2x$  について、 $x - 2t = u$  とおくとき、 $u, t$  についての微分方程式に書き換えよ。
- (2) (1) で求めた微分方程式を解くことにより、微分方程式  $(x - 2t)\frac{dx}{dt} = 2x$  の一般解を求めよ。
- (3) 微分方程式  $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 8x = 0$  の一般解を求めよ。
- (4) 微分方程式  $\frac{d^2x}{dt^2} - 2\frac{dx}{dt} - 8x = e^{-2t}$  の一般解を求めよ。

[3] 行列  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $A$  の固有値  $\lambda_1, \lambda_2$  を求めよ。ただし、 $\lambda_1 \leq \lambda_2$  とする。
- (2)  $\lambda_1, \lambda_2$  に対する固有ベクトル  $x_1, x_2$  をそれぞれ求めよ。
- (3)  $A$  の対角化行列を求め、対角化せよ。

[4] 曲面  $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} + z^{\frac{2}{3}} = 1$  について、以下の問いに答えよ。

- (1) 曲面上の点  $P(\alpha, \beta, \gamma)$  における接平面の方程式を求めよ。
- (2) (1) で求めた接平面と  $x$  軸、 $y$  軸、 $z$  軸との交点をそれぞれ  $A, B, C$  とおく。 $\triangle ABC$  の重心  $Q$  の座標を  $\alpha, \beta, \gamma$  を用いて表せ。
- (3) 点  $P$  が曲面上を動いているとき、 $Q$  は常にある球面上に存在している。その球面の方程式を求めよ。