

平成30年度専攻科入学者選抜（学力選抜）検査問題

数 学

(注意)

1. 問題用紙は, 指示があるまで開かないこと.
2. 問題用紙は, 1ページのみである.
検査開始の合図の後で確かめること.
3. 解答は, すべて解答用紙に記入すること.
4. 電卓は使用できない.

数学(問題用紙) (1/1ページ)

[1] $f(\theta) = \cos^2 \theta + 1$ とする. このとき, 次の問いに答えよ. ただし, $0 \leq \theta < 2\pi$ とする.

(1) 方程式 $f(\theta) = \frac{5}{4}$ を解け.

(2) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) \sin \theta \, d\theta$ の値を求めよ.

(3) 定積分 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta) \, d\theta$ の値を求めよ.

[2] $L(x) = \frac{d^2x}{dt^2} - 3\frac{dx}{dt} - 4x$ について, 次の問いに答えよ.

(1) 微分方程式 $L(x) = 0$ の一般解を求めよ.

(2) 微分方程式 $L(x) = 2e^{3t}$ の1つの解 x_1 を求めよ.

(3) 微分方程式 $L(x) = -8t^2 + 4t$ の1つの解 x_2 を求めよ.

(4) 微分方程式 $L(x) = 2e^{3t} - 8t^2 + 4t$ の一般解を求めよ.

[3] 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ について, 次の問いに答えよ.

(1) A の固有値 λ_1, λ_2 を求めよ. ただし, $\lambda_1 \leq \lambda_2$ とする.

(2) λ_1, λ_2 に対する固有ベクトル x_1, x_2 をそれぞれ求めよ.

(3) $P^{-1}AP$ が対角行列となるような正則行列 P を1つ定めて, $P^{-1}AP$ を求めよ.

(4) A^n を求めよ. ただし, n は正の整数とする.

[4] D を不等式 $x^2 + y^2 \leq 1$ で表される xy 平面上の領域とする. このとき, 曲面 $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ に関して, 次の問いに答えよ.

(1) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ の偏導関数 z_x, z_y を求めよ.

(2) 一般に, D を xy 平面上の領域とすると, 曲面 $z = f(x, y)$ の D に対応する部分の面積は

$\iint_D \sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1} \, dx dy$ で求められる. このことを用いて, 曲面 $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$ の領域 D に対応する部分の面積を求める式を書け.

(3) (2) の2重積分の値を極座標変換によって求めよ.